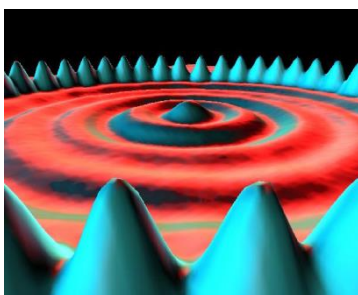


Kvantfüüsika

Tillukeste asjade füüsika, millel on hiiglaslikud rakendusvõimalused



3. osa: PRAKTILISED TEGEVUSED

Elektronide difraktsioon



Projekti Quantum Spin-Off rahastab Euroopa Liit programmi LLP Comenius raames (540059-LLP-1-2013-1-BE-COMENIUS-CMP).
Renaat Frans, Laura Tamassia
Kontakt: renaat.frans@khlm.be

See teave kajastab ainult teksti autori seisukohti ning Euroopa Komisjon ei ole vastutav selle informatsiooni kasutamise eest



ELEKTRONIDE LAINEPIKKUS

UURIMISKÜSIMUS:

Kontrolli, kas elektroni prognoositud lainepikkus – lähtuvalt de Broglie' hüpoteesist – vastab difraktsioonimustrist mõõdetud väärtusele!

1. OSA: SISSEJUHATUS. Osakese lainepikkus?

Elektromagnetlainete osakeselised omadused

Albert Einstein ja Max Planck avastasid 20. sajandi algusaastatel, et valgusel – mis klassikalise teooria kohaselt on elektromagnetlainet – on ka teatud osakeselised omadused. Valgus, mida võis täie kindlusega kirjeldada kui elektromagnetlainet, tundus kohale jõudvat osakese kaupa! Neid valgusosakesi hakati nimetama footoniteks (analoogia sõnaga „elektron“).



Tavaliselt me ei märka seda, kuid foto tekib tegelikult footon footoni haaval. Piltidelt näed, kuidas moodustub foto: lisandub üha rohkem footoneid. Seda saab reguleerida säriaaja muutmisega. Kõige nõrgema säritusega foto sisaldab umbes 3000 footonit, kõige rohkem säritatud foto 30 000 000 footonit.

Aine laineline olemus

1924. aastal murdis Louis de Broglie pead, et kas ainel võiksid olla ka lainelised omadused. Oli ju teada, et valgus on laine, millel paistsid olevat ka osakeselised omadused. Ta arvas, et seega võivad ka materjal olla lisaks lainelised omadused. Seega ta kaalus võimalust, et selline fundamentaalne osakese-laine dualism iseloomustab igat füüsikalist süsteemi. See idee looduse sümmeetria kohta osutus tõeseks ning viis uue, väga väikeste kehade mehaanika tekkeni – lainemehaanikani ehk kvantmehaanikani. Pärast de Broglie'd arendasid teooriat edasi näiteks Werner Heisenberg ja Erwin Schrödinger. Tänapäeval kasutame seda teooriat (või isegi veel rohkem edasi arendatud teooriat nimega kvantväljateooria), et seletada aine selliseid omadusi nagu värvus, stabiilsus, keemilised sidemed jne.

Kvantmehaanika on praegu üks füüsika fundamentaalseid teooriaid ning uued arengud tuginevad de Broglie' hüpoteesile. Oma kuulsale valemiga oli ta esimene, kes sidus osakeselised omadused laineliste omadustega:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (1)$$

Võrrand suhestas **osakeselised omadused** võrrandi vasakul poolel (impulss) **laineliste omadustega** võrrandi paremal poolel (lainepikkus). See suhe sõltub ühest looduse põhikonstandist – Plancki konstandist (h). Plancki konstant on väga väike:

$$h = 6,6260693 \cdot 10^{-34} Js$$

Võrrandi vasakul poolel on p , mis tähistab impulssi, osakeste üht omadust. Liikuvale osakesele on impulss, mis on võrdne tema massi ja kiiruse korrutisega:

$$p = mv$$

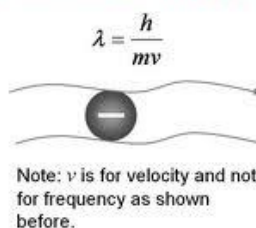
Impulss on tuntud mõiste ka Newtoni mehaanikast. Impulsi muutus on võrdne kehale mõjuva jõuga¹.

De Broglie' hüpoteesi paremal poolel murru nimetajas on impulsi osakese **lainepikkus**. Suure impulsi osakesel on (lühike/pikk) lainepikkus.

De Broglie' hüpotees prognoosib osakeste – elektronide, kuid näiteks ka pallide – lainepikkust.

1. Arvuta sellise palli lainepikkus, mille mass on 0,100 kg ning liikumiskiirus 10,0 m/s. Miks ei märka me sellise palli lainepikkust? (Vastus: $6,63 \times 10^{-34}$ m)
2. Arvuta 821 m/s liikuva elektroni lainepikkus. Elektroni mass on $9,11 \times 10^{-31}$ kg (Vastus: 897 nm)

Matter as Waves



Louis de Broglie

Ainelainete olemasolu katseline tõestamine



De Broglie' osakese-laine teooriat on alates 1920ndatest aastatest palju kordi katsete käigus tõestatud. Neist katselistest tõestustest kõige kuulsam on nn kahe pilu katse elektronidega, mille tegi esimest korda Clauss Jönsson aastal 1959. Jönsson suutis näidata elektronide interferentsi pärast 2 pilu läbimist – see oli ümberlukkamatu tõestus elektronide laineliste omaduste kohta.

Originaalfoto elektronide interferentsist kahe pilu katses elektronidega (Clauss Jönsson, Tübingeni ülikool)

¹ Kui sul on sellest keeruline aru saada, mõtle, kas lihtsam on muuta veoauto või mänguauto impulssi. Isegi kui mõlemad liiguvad sama kiirusega, on veoauto impulsi muutmiseks vaja palju suuremat jõudu, sest selle mass on palju suurem.

Praktiline tegevus: elektronide difraktsioon

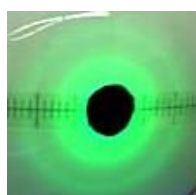
Elektronide difraktsioon grafiidi kristallil

Davison ja Germer olid juba katse teel näidanud elektronide difraktsiooni, „tulistades“ elektronid kristallile. Oma laineliste omaduste tõttu difrakteeruvad elektronid läbi kristalli molekulaarse struktuuri „pilude“ liikudes. Samasuguse katse teeme ka meie. „Tulistame“ elektronid läbi grafiidi kristallile. Pilude tõttu kristalli molekulaarstruktuuris tekib difraktsioon.

Elektronid kiirguvad kuumast traadist ning neid kiirendatakse pinge elektriväljaga. Magnetlätse abil fokuseeritakse elektronid kiireks, mille difraktsioonimuster on näha ekraanil teisel pool kristalli.

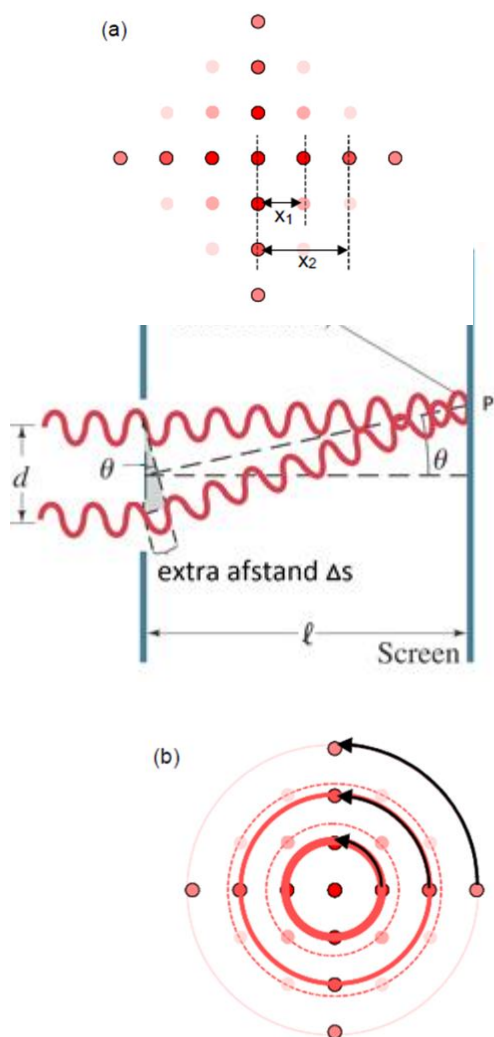
Difraktsioonimustrist mõõdetud elektronlained

Kui elektronid käituvad ka lainetena, siis kristalli läbimine peab tekitama difraktsioonimustri miinimumide ja maksimumidega. Ja me tõepoolest näeme difraktsioonimustri miinimume ja maksimume, mis on mingis mõttes jäädvustust erinevatest vahemaadest kristalli struktuuris. Difraktsioonimuster, mis tekib pärast elektronide



läbimineku grafiidi kristallist, näitab elektronide saabumist kontsentrilistes ringides – see on nii nende laineliste omaduste tõttu!

Joonis. Vaadeldav difraktsioonimuster, mis tekkis pärast elektronide läbimineku grafiidi kristallist

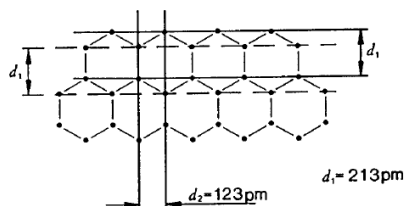


Grafiidi kristall koosneb paljudest kihtidest. Kui vaatame vaid ühte kihti, näeme, et molekulide vahel on augud. Need augud käituvad difraktsioonivõre. Elektronlained läbivad kristalli sarnaselt sellele, kuidas valguslained läbivad difraktsioonivõre.

Huygeni printsiibi kohaselt on laine fronti iga punkt omakorda uue, igas suunas leviva laine allikas. Kuid kõigi nende „Huygeni lainete“ levimisteed on erinevad. Teatud nurkade puhul võib käiguvahe Δs muutuda piisavalt suureks, et lained satuvad vastandfaasi. Sellistel juhtudel toimub lainete vastastikune kustutamine. Sellistes kohtades elektrone näha ei ole. Teiste nurkade puhul võib toimuda elektronlainete konstruktiivne superpositsioon. Nendes kohtades esineb difraktsioonimustri maksimum ja on näha palju elektrone.

Kuna grafiidi kristall koosneb paljudest kihtidest, mis võivad üksteise suhtes pöörelda, on tulemuseks selline olukord nagu pildil b: kristall käitub nagu temas oleksid ümmargused augud. Ka difraktsioonimuster on omakorda ringiline, sest käiguvahe muutub igas suunas ümber keske kiire samamoodi.

Praktiline tegevus: elektronide difraktsioon

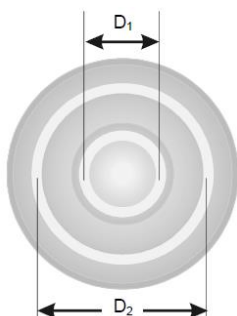


Tegelikult on grafiidi kristallil ilus kuusnurkne struktuur, milles on näha 2 erinevat vahemaad.

Kuna kihid üksteise suhtes pöörlevad, siis tekib molekulidest 2 ringikujulist avaust, mille mõõtmed on järgmised:

$$d_1 = 2,13 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$d_2 = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$



Mõlemad vahemaad põhjustavad käiguvahed, mis on vaadeldavad difraktsioonimustris maksimumide D_1 ja D_2 vahelise kaugusena.

Joon. Difraktsioonirõngad (maksimumid), mis tekivad, kui elektronikiir suunatakse grafiidi kristallile

Elektronide lainepikkuse määramine difraktsiooni maksimumide diameetri D mõõtmise kaudu

Geomeetria abil näeme, et teekondade erinevus võrdub $2d \sin\theta$.

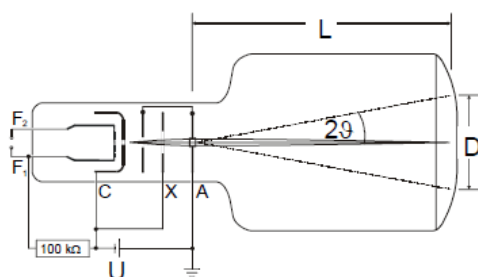
Kui teekondade erinevus on võrdne (saabuvate elektronide) lainepikkuste koguarvuga, toimub **konstruktiivne interferents**:

$$\text{konstruktiivne interferents, kui } n \cdot \lambda = 2d \cdot \sin\theta \quad (2)$$

n : positiivne täisarv
 d : vahemaa kristallvõres
 λ : elektronide lainepikkus

Väikeste nurkade puhul saab võrrandi esitada lihtsustatud kujul:

$$\text{konstruktiivne interferents, kui } \lambda = d \frac{D}{2L} \quad (3)$$



kus D on difraktsiooni maksimumi mõõdetud diameeter, L on kristalli ja ekraani vaheline kaugus, meie seadistuses $L = 133$ mm.

Kuna võrrandi (3) parema poole andmed on teada (d on teada, L on teada, D mõõdetakse), saame katse teel määrata elektroni lainepikkuse λ .

1. Prognoositav elektroni lainepikkus de Broglie' hüpoteesi põhjal

Määrame elektroni teoreetilise lainepikkuse de Broglie' hüpoteesi põhjal (nii et seda saab pärast mõõdetud väärtusega võrrelda). De Broglie' hüpotees: $\lambda = \frac{h}{p}$ (4)

De Broglie' hüpotees prognoosib, et lainepikkus sõltub impulsist, mille elektronile anname. **Kuid kui suure impulsi elektronid saavad?** Teame, et impulsi saame arvutada valemi järgi

$$p = mv \quad (5)$$

Kuid mis on meie katses elektronide kiirus?

Elektronidele annab kiirenduse elektriväli. Pinge U läbimisel elektriväljas saab elektron energia E

$$E = U \cdot q$$

kus q on elektroni laeng $q=e$. Nõnda saab elektron katses kiirenduse ja lõpliku kiiruse ning seega ka lõpliku kineetilise energia $\frac{1}{2}mv^2$.

$$E = U \cdot e = \frac{1}{2}mv^2$$

Sellest järeldub, et

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} \quad (6)$$

Seostades selle elektroni impulsiga (5), saame järgmise võrrandi:

$$p = mv = \sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U} \quad (7)$$

$$m: \text{elektroni mass} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$e: \text{elektroni laeng} = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

De Broglie' lainepikkus on järelikut

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}} \quad (8)$$

Selle võrrandiga saame rakendatud pinge põhjal prognoosida elektroni lainepikkuse.

2. OSA: KATSE

Kontrolli, kas elektroni prognoositud lainepikkus – lähtuvalt de Broglie' hüpoteesist – vastab difraktsioonimustrist mõõdetud väärtusele!

1. *Elektroni lainepikkus mõõdetuna difraktsioonimustrist*

Katses mõõdetakse rõngaste diameetreid D_1 ja D_2 erinevate pingete U korral (vt joon. 4). Näiteks kui $U = 2,0$ kV; $2,5$ kV jne.

$$\lambda_{katses} = d \frac{D}{2L}$$

Grafiidilehe ja ekraani vaheline kaugus $L = 133$ mm. Vahemaad kristallvõres d_1 ja d_2 on $d_1 = 2,13 \cdot 10^{-10}$ m ja $d_2 = 1,23 \cdot 10^{-10}$ m

$\frac{U}{kV}$	$\frac{D1}{cm}$	$\frac{\lambda_{D1}}{nm}$	$\frac{D2}{cm}$	$\frac{\lambda_{D2}}{nm}$

2. Prognoositav elektroni lainepikkus de Broglie' hüpoteesi põhjal

Nüüd võrdleme difraktsioonimustrist mõõdetud elektronide lainepikkusi λ_{D1} ja λ_{D2} de Broglie' valemi abil saadud lainepikkustega.

$$\lambda_{de\ Broglie\ prognoos}: = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}}$$

m : elektroni mass, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

e : elektroni laeng, $e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

h : Plancki konstant, $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

$\frac{U}{\text{kV}}$	$\frac{\lambda_{de\ Broglie}}{\text{nm}}$	$\frac{\lambda_{D1}}{\text{nm}}$	$\frac{\lambda_{D2}}{\text{nm}}$

Kas de Broglie' hüpotees elektronide lainelise loomuse kohta on katseliselt tõestatud? Kas difraktsioonimustrist mõõdetud lainepikkused on piisavas vastavuses teoreetilise prognoosiga?
Jah/Ei